



Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

Analyse factorielle

Analyse (factorielle) des correspondances (simples)

Thierry Dhorne
www.dhorne.education

Institut Universitaire de Technologie de Vannes
Université de Bretagne Sud

Année Universitaire 2014-2015



Représentation des composantes des correspondances

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspondances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspondances

- nous avons vu que l'analyse des correspondances décompose le lien global entre variables qualitatives sur différents sous-espaces
 - ces sous-espaces maximisent successivement la corrélation entre les variables synthétiques des variables disjonctives initiales
- on peut calculer ces corrélations

$${}^t(X_1\alpha)X_2\beta = {}^t\alpha{}^tX_1X_2\beta$$

- qui sont égales aux objectifs de maximisation c'est-à-dire aux valeurs propres des matrices adaptées



Aides à l'interprétation

Contributions absolues et relatives

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

- chaque modalité (ligne ou colonne) contribue à l'inertie globale sur une axe représentée par la valeur propre

→ cette inertie est égale à :

- ▶ $n_i x_i^2$, $i = 1, \dots, I$ pour les lignes
- ▶ $n_j x_j^2$, $j = 1, \dots, J$ pour les colonnes

→ on peut donc facilement calculer ces inerties absolues

★ elles sont appelées contributions absolues (à l'axe)

- il est cependant plus facile d'interpréter des contributions normalisées

→ $\frac{n_i x_i^2}{\lambda}$ ou $\frac{n_j x_j^2}{\lambda}$ qui somment à 100

★ elles sont appelées contributions relatives (à l'axe)



Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

● on reprend le tableau des résultats du premier tour des élections présidentielles 2012, par région

| | abstentions | blancs-nuls | Eva JOLY | Marine | LE PEN |
|----------------------|-------------|-------------|----------|--------|--------|
| Alsace | 258270 | 19648 | 27168 | | 219252 |
| Aquitaine | 397170 | 37299 | 45051 | | 296151 |
| Auvergne | 164438 | 19250 | 15356 | | 139768 |
| Basse-Normandie | 181511 | 15958 | 17279 | | 150810 |
| Bourgogne | 216817 | 19159 | 17077 | | 191148 |
| Bretagne | 364724 | 36077 | 58396 | | 262095 |
| Centre | 326560 | 28827 | 26314 | | 280096 |
| Champagne-Ardenne | 185831 | 13154 | 10150 | | 172632 |
| Corse | 56696 | 2921 | 3678 | | 39209 |
| Franche-Comté | 141504 | 14512 | 14369 | | 141972 |
| Guadeloupe | 141585 | 11364 | 2134 | | 7486 |
| Guyane | 37706 | 1756 | 843 | | 3920 |
| Haute-Normandie | 244564 | 19555 | 16900 | | 207520 |
| Île-de-France | 1515884 | 85997 | 144346 | | 655926 |
| La Réunion | 199021 | 15303 | 7737 | | 37549 |
| Languedoc-Roussillon | 333619 | 28038 | 35465 | | 363880 |
| Limousin | 85575 | 11131 | 7449 | | 69256 |
| Lorraine | 339247 | 24149 | 22753 | | 308392 |
| Martinique | 144126 | 12507 | 2275 | | 6960 |
| Mayotte | 39731 | 1699 | 789 | | 996 |
| Midi-Pyrénées | 327295 | 34694 | 44753 | | 281085 |
| Nord-Pas-de-Calais | 614690 | 41159 | 34291 | | 517115 |
| Pays de la Loire | 412509 | 47677 | 52816 | | 308800 |
| Pirennée | 251865 | 10440 | 14004 | | 266811 |



Aides à l'interprétation

Exemple : Régions

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

| | axe 1 | axe 2 | axe 3 | axe 4 | axe 5 |
|----------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Alsace | 0.009458 | 0.033890 | 0.190330 | 0.104740 | 0.066158 |
| Aquitaine | 0.000375 | 0.055894 | 0.018276 | 0.005896 | 0.063095 |
| Auvergne | 0.001229 | 0.012762 | 0.029910 | 0.004440 | 0.004044 |
| Basse-Normandie | 0.003858 | 0.004798 | 0.007434 | 0.029788 | 0.059224 |
| Bourgogne | 0.002064 | 0.003023 | 0.002253 | 0.011024 | 0.035230 |
| Bretagne | 0.001057 | 0.146985 | 0.000077 | 0.016519 | 0.009733 |
| Centre | 0.005402 | 0.001325 | 0.002133 | 0.021919 | 0.047376 |
| Champagne-Ardenne | 0.003433 | 0.035632 | 0.001669 | 0.035514 | 0.070548 |
| Corse | 0.000868 | 0.024562 | 0.002295 | 0.008192 | 0.000003 |
| Franche-Comté | 0.007413 | 0.002896 | 0.001212 | 0.005376 | 0.000731 |
| Guadeloupe | 0.233366 | 0.020644 | 0.000738 | 0.015687 | 0.008021 |
| Guyane | 0.047584 | 0.012334 | 0.002058 | 0.000112 | 0.025064 |
| Haute-Normandie | 0.001633 | 0.004271 | 0.014465 | 0.000864 | 0.014466 |
| Île-de-France | 0.104111 | 0.071098 | 0.092613 | 0.296632 | 0.053377 |
| La Réunion | 0.195063 | 0.000119 | 0.053377 | 0.020762 | 0.005028 |
| Languedoc-Roussillon | 0.022147 | 0.026974 | 0.064420 | 0.065309 | 0.078229 |
| Limousin | 0.000570 | 0.020776 | 0.091813 | 0.001263 | 0.063611 |
| Lorraine | 0.004337 | 0.043926 | 0.005269 | 0.053691 | 0.012979 |
| Martinique | 0.225884 | 0.023483 | 0.000939 | 0.024776 | 0.031967 |
| Mayotte | 0.054898 | 0.015220 | 0.034267 | 0.000572 | 0.001814 |
| Midi-Pyrénées | 0.002950 | 0.055800 | 0.076681 | 0.011560 | 0.082422 |
| Nord-Pas-de-Calais | 0.000006 | 0.081319 | 0.127544 | 0.002426 | 0.002979 |
| Pays de la Loire | 0.005450 | 0.075709 | 0.047200 | 0.089347 | 0.015048 |
| Picardie | 0.009595 | 0.047944 | 0.036691 | 0.018070 | 0.066258 |
| Poitou-Charentes | 0.000011 | 0.011772 | 0.006561 | 0.020090 | 0.038139 |
| Provence-Alpes-Côte d'Azur | 0.036648 | 0.165958 | 0.036144 | 0.135143 | 0.009789 |
| Rhône-Alpes | 0.020590 | 0.000888 | 0.053632 | 0.000288 | 0.134668 |



Aides à l'interprétation

Exemple : Votes

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspondances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspondances

| | axe 1 | axe 2 | axe 3 | axe 4 | axe 5 |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| abstentions | 0.494978 | 0.195053 | 0.021068 | 0.000247 | 0.026067 |
| blancs-nuls | 0.018497 | 0.000050 | 0.009502 | 0.123709 | 0.051214 |
| Eva JOLY | 0.002285 | 0.035977 | 0.046635 | 0.035406 | 0.346263 |
| Marine LE PEN | 0.292171 | 0.362179 | 0.097686 | 0.019791 | 0.006628 |
| Nicolas SARKOZY | 0.052881 | 0.000170 | 0.404950 | 0.043594 | 0.167693 |
| Jean-Luc MÉLANCHON | 0.038824 | 0.032098 | 0.082707 | 0.325282 | 0.080417 |
| Philippe POUTOU | 0.005342 | 0.004734 | 0.012205 | 0.076935 | 0.005593 |
| Nathalie ARTHAUD | 0.000939 | 0.000110 | 0.006769 | 0.096340 | 0.013529 |
| Jacques CHEMINADE | 0.000037 | 0.000111 | 0.000433 | 0.001534 | 0.001168 |
| François BAYROU | 0.026982 | 0.156108 | 0.071100 | 0.242231 | 0.109629 |
| Nicolas DUPONT-AIGNAN | 0.009338 | 0.004412 | 0.003890 | 0.034905 | 0.078066 |
| François HOLLANDE | 0.057725 | 0.208998 | 0.243054 | 0.000026 | 0.113732 |



Aides à l'interprétation

Exemple : Régions

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

| | axe 1 | axe 2 | axe 3 | axe 4 | axe 5 |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Alsace | 0.009 | 0.034 | 0.19 | 0.105 | 0.066 |
| Aquitaine | 0 | 0.056 | 0.018 | 0.006 | 0.063 |
| Auvergne | 0.001 | 0.013 | 0.03 | 0.004 | 0.004 |
| Basse-Normandie | 0.004 | 0.005 | 0.007 | 0.03 | 0.059 |
| Bourgogne | 0.002 | 0.003 | 0.002 | 0.011 | 0.035 |
| Bretagne | 0.001 | 0.147 | 0 | 0.017 | 0.01 |
| Centre | 0.005 | 0.001 | 0.002 | 0.022 | 0.047 |
| Champagne-Ardenne | 0.003 | 0.036 | 0.002 | 0.036 | 0.071 |
| Corse | 0.001 | 0.025 | 0.002 | 0.008 | 0 |
| Franche-Comté | 0.007 | 0.003 | 0.001 | 0.005 | 0.001 |
| Guadeloupe | 0.233 | 0.021 | 0.001 | 0.016 | 0.008 |
| Guyane | 0.048 | 0.012 | 0.002 | 0 | 0.025 |
| Haute-Normandie | 0.002 | 0.004 | 0.014 | 0.001 | 0.014 |
| Île-de-France | 0.104 | 0.071 | 0.093 | 0.297 | 0.053 |
| La Réunion | 0.195 | 0 | 0.053 | 0.021 | 0.005 |
| Languedoc-Roussillon | 0.022 | 0.027 | 0.064 | 0.065 | 0.078 |
| Limousin | 0.001 | 0.021 | 0.092 | 0.001 | 0.064 |
| Lorraine | 0.004 | 0.044 | 0.005 | 0.054 | 0.013 |
| Martinique | 0.226 | 0.023 | 0.001 | 0.025 | 0.032 |
| Mayotte | 0.055 | 0.015 | 0.034 | 0.001 | 0.002 |
| Midi-Pyrénées | 0.003 | 0.056 | 0.077 | 0.012 | 0.082 |
| Nord-Pas-de-Calais | 0 | 0.081 | 0.128 | 0.002 | 0.003 |
| Pays de la Loire | 0.005 | 0.076 | 0.047 | 0.089 | 0.015 |
| Picardie | 0.01 | 0.048 | 0.037 | 0.018 | 0.066 |
| Poitou-Charentes | 0 | 0.012 | 0.007 | 0.02 | 0.038 |
| Provence-Alpes-Côte d'Azur | 0.037 | 0.166 | 0.036 | 0.135 | 0.01 |
| Rhône-Alpes | 0.021 | 0.001 | 0.054 | 0 | 0.135 |



Aides à l'interprétation

Exemple : Votes

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

| | axe 1 | axe 2 | axe 3 | axe 4 | axe 5 |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| abstentions | 0.495 | 0.195 | 0.021 | 0 | 0.026 |
| blancs-nuls | 0.018 | 0 | 0.01 | 0.124 | 0.051 |
| Eva JOLY | 0.002 | 0.036 | 0.047 | 0.035 | 0.346 |
| Marine LE PEN | 0.292 | 0.362 | 0.098 | 0.02 | 0.007 |
| Nicolas SARKOZY | 0.053 | 0 | 0.405 | 0.044 | 0.168 |
| Jean-Luc MÉLANCHON | 0.039 | 0.032 | 0.083 | 0.325 | 0.08 |
| Philippe POUTOU | 0.005 | 0.005 | 0.012 | 0.077 | 0.006 |
| Nathalie ARTHAUD | 0.001 | 0 | 0.007 | 0.096 | 0.014 |
| Jacques CHEMINADE | 0 | 0 | 0 | 0.002 | 0.001 |
| François BAYROU | 0.027 | 0.156 | 0.071 | 0.242 | 0.11 |
| Nicolas DUPONT-AIGNAN | 0.009 | 0.004 | 0.004 | 0.035 | 0.078 |
| François HOLLANDE | 0.058 | 0.209 | 0.243 | 0 | 0.114 |



Aides à l'interprétation

Qualité de représentation (corrélation)

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspondances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspondances

- indépendamment de la contribution
 - une modalité peut être plus ou moins bien représentée
- on calcule cette qualité par le rapport de la norme de la projection à la norme initiale (éventuellement on extrait la racine carrée)
- ★ cette quantité étant homogène à un cosinus carré (et donc à une corrélation au carré) on la nomme souvent cor^2



Aides à l'interprétation

Exemple : Régions

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

| | axe 1 | axe 2 | axe 3 | axe 4 | axe 5 |
|----------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Alsace | 0.106250 | 0.226150 | 0.516044 | 0.121565 | 0.017291 |
| Aquitaine | 0.008671 | 0.768655 | 0.102118 | 0.014103 | 0.033984 |
| Auvergne | 0.066817 | 0.412048 | 0.392383 | 0.024936 | 0.005114 |
| Basse-Normandie | 0.292678 | 0.216178 | 0.136108 | 0.233462 | 0.104524 |
| Bourgogne | 0.314756 | 0.273826 | 0.082925 | 0.173703 | 0.125010 |
| Bretagne | 0.011447 | 0.945926 | 0.000201 | 0.018490 | 0.002453 |
| Centre | 0.507067 | 0.073851 | 0.048317 | 0.212567 | 0.103463 |
| Champagne-Ardenne | 0.111333 | 0.686489 | 0.013062 | 0.119007 | 0.053236 |
| Corse | 0.048951 | 0.822794 | 0.031232 | 0.047732 | 0.000004 |
| Franche-Comté | 0.698029 | 0.161957 | 0.027549 | 0.052298 | 0.001600 |
| Guadeloupe | 0.939593 | 0.049371 | 0.000717 | 0.006525 | 0.000751 |
| Guyane | 0.837306 | 0.128918 | 0.008742 | 0.000204 | 0.010261 |
| Haute-Normandie | 0.168290 | 0.261410 | 0.359727 | 0.009200 | 0.034679 |
| Île-de-France | 0.514799 | 0.208826 | 0.110524 | 0.151538 | 0.006140 |
| La Réunion | 0.902567 | 0.000328 | 0.059607 | 0.009925 | 0.000541 |
| Languedoc-Roussillon | 0.351645 | 0.254405 | 0.246862 | 0.107134 | 0.028898 |
| Limousin | 0.015011 | 0.325141 | 0.583808 | 0.003439 | 0.038991 |
| Lorraine | 0.108916 | 0.655314 | 0.031939 | 0.139319 | 0.007584 |
| Martinique | 0.918995 | 0.056750 | 0.000922 | 0.010414 | 0.003026 |
| Mayotte | 0.752549 | 0.123930 | 0.113369 | 0.000810 | 0.000578 |
| Midi-Pyrénées | 0.050869 | 0.571609 | 0.319162 | 0.020597 | 0.033070 |
| Nord-Pas-de-Calais | 0.000068 | 0.587906 | 0.374655 | 0.003051 | 0.000843 |
| Pays de la Loire | 0.074683 | 0.616197 | 0.156086 | 0.126481 | 0.004797 |
| Picardie | 0.189086 | 0.561212 | 0.174506 | 0.036790 | 0.030378 |
| Poitou-Charentes | 0.000899 | 0.573783 | 0.129938 | 0.170324 | 0.072812 |
| Provence-Alpes-Côte d'Azur | 0.227124 | 0.610931 | 0.054062 | 0.086529 | 0.001411 |
| Rhône-Alpes | 0.528587 | 0.013536 | 0.332296 | 0.000763 | 0.080432 |



Aides à l'interprétation

Exemple : Votes

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspondances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspondances

| | axe 1 | axe 2 | axe 3 | axe 4 | axe 5 |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| abstentions | 0.801450 | 0.187598 | 0.008233 | 0.000041 | 0.000982 |
| blancs-nuls | 0.401252 | 0.000640 | 0.049749 | 0.277250 | 0.025847 |
| Eva JOLY | 0.044714 | 0.418104 | 0.220206 | 0.071568 | 0.157612 |
| Marine LE PEN | 0.547032 | 0.402795 | 0.044142 | 0.003828 | 0.000289 |
| Nicolas SARKOZY | 0.329875 | 0.000629 | 0.609671 | 0.028096 | 0.024337 |
| Jean-Luc MÉLANCHON | 0.327610 | 0.160888 | 0.168440 | 0.283583 | 0.015787 |
| Philippe POUTOU | 0.228653 | 0.120353 | 0.126077 | 0.340195 | 0.005570 |
| Nathalie ARTHAUD | 0.059077 | 0.004109 | 0.102822 | 0.626455 | 0.019811 |
| Jacques CHEMINADE | 0.053924 | 0.095156 | 0.151657 | 0.229810 | 0.039375 |
| François BAYROU | 0.161771 | 0.555954 | 0.102882 | 0.150044 | 0.015292 |
| Nicolas DUPONT-AIGNAN | 0.429670 | 0.120582 | 0.043198 | 0.165926 | 0.083567 |
| François HOLLANDE | 0.235214 | 0.505853 | 0.239024 | 0.000011 | 0.010782 |



Aides à l'interprétation

Exemple : Régions

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

| | axe 1 | axe 2 | axe 3 | axe 4 | axe 5 |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Alsace | 0.106 | 0.226 | 0.516 | 0.122 | 0.017 |
| Aquitaine | 0.009 | 0.769 | 0.102 | 0.014 | 0.034 |
| Auvergne | 0.067 | 0.412 | 0.392 | 0.025 | 0.005 |
| Basse-Normandie | 0.293 | 0.216 | 0.136 | 0.233 | 0.105 |
| Bourgogne | 0.315 | 0.274 | 0.083 | 0.174 | 0.125 |
| Bretagne | 0.011 | 0.946 | 0 | 0.018 | 0.002 |
| Centre | 0.507 | 0.074 | 0.048 | 0.213 | 0.103 |
| Champagne-Ardenne | 0.111 | 0.686 | 0.013 | 0.119 | 0.053 |
| Corse | 0.049 | 0.823 | 0.031 | 0.048 | 0 |
| Franche-Comté | 0.698 | 0.162 | 0.028 | 0.052 | 0.002 |
| Guadeloupe | 0.94 | 0.049 | 0.001 | 0.007 | 0.001 |
| Guyane | 0.837 | 0.129 | 0.009 | 0 | 0.01 |
| Haute-Normandie | 0.168 | 0.261 | 0.36 | 0.009 | 0.035 |
| Île-de-France | 0.515 | 0.209 | 0.111 | 0.152 | 0.006 |
| La Réunion | 0.903 | 0 | 0.06 | 0.01 | 0.001 |
| Languedoc-Roussillon | 0.352 | 0.254 | 0.247 | 0.107 | 0.029 |
| Limousin | 0.015 | 0.325 | 0.584 | 0.003 | 0.039 |
| Lorraine | 0.109 | 0.655 | 0.032 | 0.139 | 0.008 |
| Martinique | 0.919 | 0.057 | 0.001 | 0.01 | 0.003 |
| Mayotte | 0.753 | 0.124 | 0.113 | 0.001 | 0.001 |
| Midi-Pyrénées | 0.051 | 0.572 | 0.319 | 0.021 | 0.033 |
| Nord-Pas-de-Calais | 0 | 0.588 | 0.375 | 0.003 | 0.001 |
| Pays de la Loire | 0.075 | 0.616 | 0.156 | 0.126 | 0.005 |
| Picardie | 0.189 | 0.561 | 0.175 | 0.037 | 0.03 |
| Poitou-Charentes | 0.001 | 0.574 | 0.13 | 0.17 | 0.073 |
| Provence-Alpes-Côte d'Azur | 0.227 | 0.611 | 0.054 | 0.087 | 0.001 |
| Rhône-Alpes | 0.529 | 0.014 | 0.332 | 0.001 | 0.08 |



Aides à l'interprétation

Exemple : Votes

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

| | axe 1 | axe 2 | axe 3 | axe 4 | axe 5 |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| abstentions | 0.801 | 0.188 | 0.008 | 0 | 0.001 |
| blancs-nuls | 0.401 | 0.001 | 0.05 | 0.277 | 0.026 |
| Eva JOLY | 0.045 | 0.418 | 0.22 | 0.072 | 0.158 |
| Marine LE PEN | 0.547 | 0.403 | 0.044 | 0.004 | 0 |
| Nicolas SARKOZY | 0.33 | 0.001 | 0.61 | 0.028 | 0.024 |
| Jean-Luc MÉLANCHON | 0.328 | 0.161 | 0.168 | 0.284 | 0.016 |
| Philippe POUTOU | 0.229 | 0.12 | 0.126 | 0.34 | 0.006 |
| Nathalie ARTHAUD | 0.059 | 0.004 | 0.103 | 0.626 | 0.02 |
| Jacques CHEMINADE | 0.054 | 0.095 | 0.152 | 0.23 | 0.039 |
| François BAYROU | 0.162 | 0.556 | 0.103 | 0.15 | 0.015 |
| Nicolas DUPONT-AIGNAN | 0.43 | 0.121 | 0.043 | 0.166 | 0.084 |
| François HOLLANDE | 0.235 | 0.506 | 0.239 | 0 | 0.011 |



Aides à l'interprétation

Indicateurs cumulés

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspondances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspondances

- habituellement, on cumule les qualités de représentation sur les axes
- car elles se cumulent naturellement sur l'ensemble des axes
- la somme vaut d'ailleurs 1
- ★ en revanche les contributions ne sont pas (normalement !!) directement cumulables



Aides à l'interprétation

Exemple : Régions

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

| | axe 1 | axe 2 | axe 3 | axe 4 | axe 5 |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Alsace | 0.106 | 0.332 | 0.848 | 0.97 | 0.987 |
| Aquitaine | 0.009 | 0.777 | 0.879 | 0.894 | 0.928 |
| Auvergne | 0.067 | 0.479 | 0.871 | 0.896 | 0.901 |
| Basse-Normandie | 0.293 | 0.509 | 0.645 | 0.878 | 0.983 |
| Bourgogne | 0.315 | 0.589 | 0.672 | 0.845 | 0.97 |
| Bretagne | 0.011 | 0.957 | 0.958 | 0.976 | 0.979 |
| Centre | 0.507 | 0.581 | 0.629 | 0.842 | 0.945 |
| Champagne-Ardenne | 0.111 | 0.798 | 0.811 | 0.93 | 0.983 |
| Corse | 0.049 | 0.872 | 0.903 | 0.951 | 0.951 |
| Franche-Comté | 0.698 | 0.86 | 0.888 | 0.94 | 0.941 |
| Guadeloupe | 0.94 | 0.989 | 0.99 | 0.996 | 0.997 |
| Guyane | 0.837 | 0.966 | 0.975 | 0.975 | 0.985 |
| Haute-Normandie | 0.168 | 0.43 | 0.789 | 0.799 | 0.833 |
| Île-de-France | 0.515 | 0.724 | 0.834 | 0.986 | 0.992 |
| La Réunion | 0.903 | 0.903 | 0.963 | 0.972 | 0.973 |
| Languedoc-Roussillon | 0.352 | 0.606 | 0.853 | 0.96 | 0.989 |
| Limousin | 0.015 | 0.34 | 0.924 | 0.927 | 0.966 |
| Lorraine | 0.109 | 0.764 | 0.796 | 0.935 | 0.943 |
| Martinique | 0.919 | 0.976 | 0.977 | 0.987 | 0.99 |
| Mayotte | 0.753 | 0.876 | 0.99 | 0.991 | 0.991 |
| Midi-Pyrénées | 0.051 | 0.622 | 0.942 | 0.962 | 0.995 |
| Nord-Pas-de-Calais | 0 | 0.588 | 0.963 | 0.966 | 0.967 |
| Pays de la Loire | 0.075 | 0.691 | 0.847 | 0.973 | 0.978 |
| Picardie | 0.189 | 0.75 | 0.925 | 0.962 | 0.992 |
| Poitou-Charentes | 0.001 | 0.575 | 0.705 | 0.875 | 0.948 |
| Provence-Alpes-Côte d'Azur | 0.227 | 0.838 | 0.892 | 0.979 | 0.98 |
| Rhône-Alpes | 0.529 | 0.542 | 0.874 | 0.875 | 0.956 |



Aides à l'interprétation

Exemple : Votes

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

| | axe 1 | axe 2 | axe 3 | axe 4 | axe 5 |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| abstentions | 0.801 | 0.989 | 0.997 | 0.997 | 0.998 |
| blancs-nuls | 0.401 | 0.402 | 0.452 | 0.729 | 0.755 |
| Eva JOLY | 0.045 | 0.463 | 0.683 | 0.755 | 0.912 |
| Marine LE PEN | 0.547 | 0.95 | 0.994 | 0.998 | 0.998 |
| Nicolas SARKOZY | 0.33 | 0.331 | 0.94 | 0.968 | 0.993 |
| Jean-Luc MÉLANCHON | 0.328 | 0.488 | 0.657 | 0.941 | 0.956 |
| Philippe POUTOU | 0.229 | 0.349 | 0.475 | 0.815 | 0.821 |
| Nathalie ARTHAUD | 0.059 | 0.063 | 0.166 | 0.792 | 0.812 |
| Jacques CHEMINADE | 0.054 | 0.149 | 0.301 | 0.531 | 0.57 |
| François BAYROU | 0.162 | 0.718 | 0.821 | 0.971 | 0.986 |
| Nicolas DUPONT-AIGNAN | 0.43 | 0.55 | 0.593 | 0.759 | 0.843 |
| François HOLLANDE | 0.235 | 0.741 | 0.98 | 0.98 | 0.991 |



Lien entre AFC et ACP

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

- après avoir vu l'importance du tableau de Burt
- qui est de forme très proche d'une matrice de corrélation
- on peut se demander ce que donnerait une pseudo-ACP du tableau des données disjonctives
- ★ on rappelle que le tableau de Burt est

$$\begin{bmatrix} X_1X_1 & X_1X_2 \\ X_2X_1 & X_2X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix}$$

- ce tableau est homogène à un tableau de covariance



Tableau de Burt normalisé

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspondances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspondances

- le tableau de Burt normalisé est :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{11} & 0 \\ 0 & V_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & V_{22}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I & V_{11}^{-1}V_{12} \\ V_{22}^{-1}V_{21} & I \end{bmatrix} \end{aligned}$$



Diagonalisation du tableau de Burt normalisé

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

- les éléments propres du tableau de Burt normalisé vérifient (en décomposant sur les modalités de X_1 et de X_2)

$$\begin{bmatrix} I & V_{11}^{-1}V_{12} \\ V_{22}^{-1}V_{21} & I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

→ soit

$$\alpha + V_{11}^{-1}V_{12}\beta = k\alpha$$

$$V_{22}^{-1}V_{21}\alpha + \beta = k\beta$$

→ ou

$$V_{11}^{-1}V_{12}\beta = (k-1)\alpha$$

$$V_{22}^{-1}V_{21}\alpha = (k-1)\beta$$



Identité avec l'analyse des correspondances

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

- le système

$$V_{11}^{-1}V_{12}\beta = (k-1)\alpha$$

$$V_{22}^{-1}V_{21}\alpha = (k-1)\beta$$

→ est équivalent au système

$$V_{11}^{-1}V_{12}V_{22}^{-1}V_{21}\alpha = (k-1)^2\alpha$$

$$V_{22}^{-1}V_{21}V_{11}^{-1}V_{12}\beta = (k-1)^2\beta$$

→ sur lequel on reconnaît les équations de l'AFC

★ les valeurs propres sont cependant différentes



Analyse des correspondances multiples

Statistique

Analyse
(factorielle) des
correspon-
dances
(simples)

Interprétation
de l'analyse des
correspon-
dances

- la procédure précédente est évidemment applicable pour un nombre quelconques de variables qualitatives
- la diagonalisation du tableau de Burt fournit ce que l'on appelle l'Analyse des Correspondances Multiples du tableau de données initiales.
- ★ il faut cependant insister sur le fait que les valeurs propres sont différentes
- en revanche les vecteurs propres sont les mêmes (à une homothétie près)