



Analyse Factorielle

Analyse (factorielle) des Correspondances (simples)

Thierry Dhorne

29 septembre 2015



Introduction

- ❖ Les méthodologies statistiques
- ❖ Statistique descriptive
- ❖ Statistique extractive - Objectif
- ❖ Méthodes d'analyse des données
- ❖ Objectifs du cours
- ❖ Prérequis
- ❖ Contenus
- ❖ Méthodes d'analyse factorielle

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

Introduction



Les méthodologies statistiques

Introduction

❖ Les méthodologies statistiques

- ❖ Statistique descriptive
- ❖ Statistique extractive - Objectif
- ❖ Méthodes d'analyse des données
- ❖ Objectifs du cours
- ❖ Prérequis
- ❖ Contenus
- ❖ Méthodes d'analyse factorielle

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

- régression, analyse de la variance,.....
- méthodes prédictives
- séries chronologiques, méthodes spatiales
- méthodes de prévision (autoprojectives)
- ★ synthèse (descriptive)
- méthodes d'analyse des données



Statistique descriptive

Introduction

❖ Les méthodologies statistiques

❖ Statistique descriptive

❖ Statistique extractive - Objectif

❖ Méthodes d'analyse des données

❖ Objectifs du cours

❖ Prérequis

❖ Contenus

❖ Méthodes d'analyse factorielle

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

- le tableau de données n'est pas structuré
- toutes les variables sont jugées (a priori) aussi informatives

Tableau individus \times variables non structuré

| | | | | | |
|----------|----------|-----|----------|-----|----------|
| x_1^1 | x_1^2 | ... | x_1^i | ... | x_1^p |
| x_2^1 | x_2^2 | ... | x_2^i | ... | x_2^p |
| \vdots | \vdots | | \vdots | | \vdots |
| x_r^1 | x_r^2 | ... | x_r^i | ... | x_r^p |
| \vdots | \vdots | | \vdots | | \vdots |
| x_n^1 | x_n^2 | ... | x_n^i | ... | x_n^p |



Statistique extractive - Objectif

Introduction

❖ Les méthodologies statistiques

❖ Statistique descriptive

❖ Statistique extractive - Objectif

❖ Méthodes d'analyse des données

❖ Objectifs du cours

❖ Prérequis

❖ Contenus

❖ Méthodes d'analyse factorielle

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

● mais on postule l'existence de variables potentiellement plus intéressantes

➤ synthétiques, structurantes,...

Tableau individus × variables
extraction d'information

| | | | | | | | | |
|---------|---------|--|---------|---------|-----|---------|-----|---------|
| y_1^1 | y_1^2 | | x_1^1 | x_1^2 | ... | x_1^i | ... | x_1^p |
| y_2^1 | y_2^2 | | x_2^1 | x_2^2 | ... | x_2^i | ... | x_2^p |
| ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ | ... | ⋮ | ... | ⋮ |
| y_r^1 | y_r^2 | | x_r^1 | x_r^2 | ... | x_r^i | ... | x_r^p |
| ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ | ... | ⋮ | ... | ⋮ |
| y_n^1 | y_n^2 | | x_n^1 | x_n^2 | ... | x_n^i | ... | x_n^p |

➤ obtenues à partir des variables de départ



Méthodes d'analyse des données

Introduction

❖ Les méthodologies statistiques

❖ Statistique descriptive

❖ Statistique extractive - Objectif

❖ Méthodes d'analyse des données

❖ Objectifs du cours

❖ Prérequis

❖ Contenus

❖ Méthodes d'analyse factorielle

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

- synthèse qualitative (catégorielle) \Rightarrow groupes
 - méthodes de classification automatique, classification non supervisée, clustering,
- synthèse quantitative \Rightarrow valeurs, indices (Ex : facteurs d'intelligence : QI)
 - méthodes factorielles



Objectifs du cours

Introduction

- ❖ Les méthodologies statistiques
- ❖ Statistique descriptive
- ❖ Statistique extractive - Objectif
- ❖ Méthodes d'analyse des données

❖ Objectifs du cours

- ❖ Prérequis
- ❖ Contenus
- ❖ Méthodes d'analyse factorielle

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

- UE31 - M3101
- Statistique
- Analyse des données
- Volume Horaire :45h 15h CM, 20h TD, 10h TP
- Objectifs du module
- Comprendre, mettre en œuvre et interpréter les résultats des analyses exploratoires multivariées usuelles



Prérequis

Introduction

- ❖ Les méthodologies statistiques
- ❖ Statistique descriptive
- ❖ Statistique extractive - Objectif
- ❖ Méthodes d'analyse des données
- ❖ Objectifs du cours

❖ Prérequis

- ❖ Contenus
- ❖ Méthodes d'analyse factorielle

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

- M1201 – Statistique descriptive 2
- M2104 – Mathématiques pour l'analyse des données



Contenus

Introduction

- ❖ Les méthodologies statistiques
- ❖ Statistique descriptive
- ❖ Statistique extractive - Objectif
- ❖ Méthodes d'analyse des données
- ❖ Objectifs du cours
- ❖ Prérequis

Contenus

- ❖ Méthodes d'analyse factorielle

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

- Analyse en composantes principales (ACP)
- Analyse factorielle des correspondances (AFC)
- Classification Ascendante Hiérarchique (CAH)
- Classification par centres mobiles (k-means)
- ★ Prolongements possibles
 - Analyse Factorielle des Correspondances Multiples (AFCM)
 - Multidimensional scaling (MDS)



Méthodes d'analyse factorielle

Introduction

- ❖ Les méthodologies statistiques
- ❖ Statistique descriptive
- ❖ Statistique extractive - Objectif
- ❖ Méthodes d'analyse des données
- ❖ Objectifs du cours
- ❖ Prérequis
- ❖ Contenus
- ❖ Méthodes d'analyse factorielle

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

- ACP : analyse en composantes principales
 - synthèse descriptive d'un tableau individus \times variables quantitatives
 - synthèse de p variables (statistique ou aléatoire) quantitatives
- AFC : analyse factorielle des correspondances
 - analyse d'une table de contingence bidimensionnelle
 - étude du lien entre deux variables qualitatives
- ACM : analyse des correspondances multiples
 - synthèse descriptive d'un tableau individus \times variables qualitatives
 - synthèse descriptive de p variables (statistique ou aléatoire) quantitatives



Introduction

Mesure du lien

❖ La quantification
du lien (linéaire)
entre variables
statistique

Couples de variables
qualitatives

Mesure du lien



La quantification du lien (linéaire) entre variables statistique

Introduction

Mesure du lien

❖ La quantification du lien (linéaire) entre variables statistique

Couples de variables qualitatives

- entre deux variables quantitatives
 - le coefficient de corrélation linéaire
- entre une variable quantitative et une variable qualitative
 - le rapport de corrélation
- entre deux variables qualitatives
 - le coefficient de Cramer (obtenu à partir du χ^2 d'indépendance)



Introduction

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

- ❖ Tableaux individus \times variables à deux variables qualitatives
- ❖ Tableau individus \times variables
- ❖ Tableau disjonctif complet
- ❖ Manipulations algébriques
- ❖ Tableau de contingence à 2×2 modalités
- ❖ Tableau de contingence - Rappels

Couples de variables qualitatives



Tableaux individus x variables à deux variables qualitatives

Introduction

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

❖ Tableaux individus x variables à deux variables qualitatives

❖ Tableau individus x variables

❖ Tableau disjonctif complet

❖ Manipulations algébriques

❖ Tableau de contingence à 2 x 2 modalités

❖ Tableau de contingence - Rappels

- on considère deux variables statistiques qualitatives
- exemple
 - le sexe
 - la ponctualité
- l'objectif est d'étudier le lien (éventuel) entre les deux variables



Tableau individus \times variables

Introduction

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

❖ Tableaux individus \times variables à deux variables qualitatives

❖ Tableau individus \times variables

❖ Tableau disjonctif complet

❖ Manipulations algébriques

❖ Tableau de contingence à 2×2 modalités

❖ Tableau de contingence - Rappels

- c'est le tableau de données brutes

| nom | sexe | présent-absent |
|--------|------|----------------|
| dupont | M | A |
| durand | F | P |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| dubois | F | A |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| dujnou | M | A |



Tableau disjonctif complet

Introduction

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

❖ Tableaux individus × variables à deux variables qualitatives

❖ Tableau individus × variables

❖ Tableau disjonctif complet

❖ Manipulations algébriques

❖ Tableau de contingence à 2 × 2 modalités

❖ Tableau de contingence -
Rappels

➤ par simple recodage disjonctif :

| nom | sexe | | présent-absent | |
|--------|------|---|----------------|---|
| | F | M | P | A |
| dupont | 0 | 1 | 0 | 1 |
| durand | 1 | 0 | 1 | 0 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| dubois | 1 | 0 | 0 | 1 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| dujnou | 0 | 1 | 0 | 1 |

★ il y a maintenant une colonne par modalité de chaque variable



Manipulations algébriques

Introduction

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

❖ Tableaux individus \times variables à deux variables qualitatives

❖ Tableau individus \times variables

❖ Tableau disjonctif complet

❖ Manipulations algébriques

❖ Tableau de contingence à 2×2 modalités

❖ Tableau de contingence - Rappels

- transposition et produit matriciel :

| nom | F | M | P | A |
|--------|---|---|---|---|
| dupont | 0 | 1 | 0 | 1 |
| durand | 1 | 0 | 1 | 0 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| dubois | 1 | 0 | 0 | 1 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| dujnou | 1 | 1 | 0 | 1 |

| | dupont | durand | ... | dubois | ... | dujnou |
|---|--------|--------|-----|--------|-----|--------|
| F | 0 | 1 | ... | 1 | ... | 0 |
| M | 1 | 0 | ... | 0 | ... | 1 |
| P | 0 | 1 | ... | 0 | ... | 0 |
| A | 1 | 0 | ... | 1 | ... | 1 |

| | F | M | P | A |
|---|----|----|----|----|
| F | 62 | 0 | 31 | 31 |
| M | 0 | 49 | 9 | 40 |
| P | 31 | 9 | 40 | 0 |
| A | 31 | 40 | 0 | 71 |

- matriciellement ceci s'écrit : tXX où X est le tableau disjonctif
- le tableau résultant s'appelle tableau de Burt du nom de son promoteur (C. Burt 1883-1971)



Tableau de contingence à 2 x 2 modalités

Introduction

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

❖ Tableaux individus × variables à deux variables qualitatives

❖ Tableau individus × variables

❖ Tableau disjonctif complet

❖ Manipulations algébriques

❖ Tableau de contingence à 2 × 2 modalités

❖ Tableau de contingence - Rappels

● la partie extra-diagonale du tableau de Burt est la table de contingence

➤ Valeurs observables (et observées)

| | | <i>Colonnes</i> | | <i>Totaux</i> |
|---------------|---|-----------------|----------|---------------|
| | | 1 | 2 | |
| <i>Lignes</i> | 1 | n_{11} | n_{12} | n_{1+} |
| | 2 | n_{21} | n_{22} | n_{2+} |
| <i>Totaux</i> | | n_{+1} | n_{+2} | $n_{++} = n$ |



Tableau de contingence - Rappels

Introduction

Mesure du lien

Couples de variables qualitatives

❖ Tableaux individus \times variables à deux variables qualitatives

❖ Tableau individus \times variables

❖ Tableau disjonctif complet

❖ Manipulations algébriques

❖ Tableau de contingence à 2×2 modalités

❖ Tableau de contingence - Rappels

Tableau de contingence

Un tableau de contingence est obtenu

- à partir de deux variables qualitatives
- dont on croise chaque modalités une à une
- pour chaque combinaison
- on dénombre l'effectif des individus concernés