

STID 2

Analyse des Correspondances

T. Dhorne

TD1

1 Tableau de données

1.1 Relever les données *sexe* et *couleur des yeux* pour le groupe.

Correction

Sans objet

1.2 Construire le *T.I.V.* associé.

Correction

	<i>sexe.A</i>	<i>yeux.A</i>	~	<i>sexe.B</i>	<i>yeux.B</i>	~	<i>sexe.C</i>	<i>yeux.C</i>
1	<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>B</i>
2	<i>M</i>	<i>B</i>		<i>F</i>	<i>M</i>		<i>F</i>	<i>V</i>
3	<i>M</i>	<i>V</i>		<i>F</i>	<i>M</i>		<i>F</i>	<i>B</i>
4	<i>M</i>	<i>M</i>		<i>F</i>	<i>M</i>		<i>F</i>	<i>M</i>
5	<i>M</i>	<i>M</i>		<i>F</i>	<i>V</i>		<i>M</i>	<i>V</i>
6	<i>M</i>	<i>V</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>
7	<i>M</i>	<i>B</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>G</i>
8	<i>M</i>	<i>B</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>B</i>
9	<i>M</i>	<i>V</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>
10	<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>V</i>
11	<i>M</i>	<i>V</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>
12	<i>F</i>	<i>B</i>		<i>M</i>	<i>G</i>		<i>M</i>	<i>M</i>
13	<i>M</i>	<i>B</i>		<i>M</i>	<i>V</i>		<i>F</i>	<i>M</i>
14	<i>M</i>	<i>B</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>F</i>	<i>B</i>
15	<i>M</i>	<i>B</i>		<i>M</i>	<i>B</i>		<i>M</i>	<i>V</i>
16	<i>F</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>
17	<i>F</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>
18	<i>F</i>	<i>V</i>		<i>F</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>B</i>
19	<i>F</i>	<i>B</i>		<i>F</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>
20	<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>B</i>
21	<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>B</i>
22	<i>M</i>	<i>N</i>		<i>M</i>	<i>V</i>		<i>M</i>	<i>B</i>
23	<i>M</i>	<i>B</i>		<i>M</i>	<i>M</i>		<i>M</i>	<i>M</i>
24	<i>M</i>	<i>G</i>		<i>M</i>	<i>B</i>		<i>M</i>	<i>M</i>
25	<i>F</i>	<i>B</i>					<i>F</i>	<i>M</i>
26	<i>F</i>	<i>B</i>						

2 Tableaux induits

2.1 Construire le tableau disjonctif complet correspondant.

Correction

– pour le groupe A :

	<i>sexeF</i>	<i>sexeM</i>	<i>couleurB</i>	<i>couleurG</i>	<i>couleurM</i>	<i>couleurN</i>	<i>couleurV</i>
1	0	1	0	0	1	0	0
2	0	1	1	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	1
4	0	1	0	0	1	0	0
5	0	1	0	0	1	0	0
6	0	1	0	0	0	0	1
7	0	1	1	0	0	0	0
8	0	1	1	0	0	0	0
9	0	1	0	0	0	0	1
10	0	1	0	0	1	0	0
11	0	1	0	0	0	0	1
12	1	0	1	0	0	0	0
13	0	1	1	0	0	0	0
14	0	1	1	0	0	0	0
15	0	1	1	0	0	0	0
16	1	0	0	0	1	0	0
17	1	0	0	0	1	0	0
18	1	0	0	0	0	0	1
19	1	0	1	0	0	0	0
20	0	1	0	0	1	0	0
21	0	1	0	0	1	0	0
22	0	1	0	0	0	1	0
23	0	1	1	0	0	0	0
24	0	1	0	1	0	0	0
25	1	0	1	0	0	0	0
26	1	0	1	0	0	0	0

– pour le groupe B :

	<i>sexeF</i>	<i>sexeM</i>	<i>couleurB</i>	<i>couleurG</i>	<i>couleurM</i>	<i>couleurV</i>
27	0	1	0	0	1	0
28	1	0	0	0	1	0
29	1	0	0	0	1	0
30	1	0	0	0	1	0
31	1	0	0	0	0	1
32	0	1	0	0	1	0
33	0	1	0	0	1	0
34	0	1	0	0	1	0
35	0	1	0	0	1	0
36	0	1	0	0	1	0
37	0	1	0	0	1	0
38	0	1	0	1	0	0
39	0	1	0	0	0	1

40	0	1	0	0	1	0
41	0	1	1	0	0	0
42	0	1	0	0	1	0
43	0	1	0	0	1	0
44	1	0	0	0	1	0
45	1	0	0	0	1	0
46	0	1	0	0	1	0
47	0	1	0	0	1	0
48	0	1	0	0	0	1
49	0	1	0	0	1	0
50	0	1	1	0	0	0

– pour le groupe C :

	<i>sexeF</i>	<i>sexeM</i>	<i>couleurB</i>	<i>couleurG</i>	<i>couleurM</i>	<i>couleurV</i>
51	0	1	1	0	0	0
52	1	0	0	0	0	1
53	1	0	1	0	0	0
54	1	0	0	0	1	0
55	0	1	0	0	0	1
56	0	1	0	0	1	0
57	0	1	0	1	0	0
58	0	1	1	0	0	0
59	0	1	0	0	1	0
60	0	1	0	0	0	1
61	0	1	0	0	1	0
62	0	1	0	0	1	0
63	1	0	0	0	1	0
64	1	0	1	0	0	0
65	0	1	0	0	0	1
66	0	1	0	0	1	0
67	0	1	0	0	1	0
68	0	1	1	0	0	0
69	0	1	0	0	1	0
70	0	1	1	0	0	0
71	0	1	1	0	0	0
72	0	1	1	0	0	0
73	0	1	0	0	1	0
74	0	1	0	0	1	0
75	1	0	0	0	1	0

2.2 Construire le tableau de Burt induit.

Correction

– pour le groupe A :

```
> print(t(disjA) %*% disjA)
```

	<i>sexeF</i>	<i>sexeM</i>	<i>couleurB</i>	<i>couleurG</i>	<i>couleurM</i>	<i>couleurN</i>	<i>couleurV</i>
<i>sexeF</i>	7	0	4	0	2	0	1
<i>sexeM</i>	0	19	7	1	6	1	4
<i>couleurB</i>	4	7	11	0	0	0	0

```

couleurG    0    1    0    1    0    0    0
couleurM    2    6    0    0    8    0    0
couleurN    0    1    0    0    0    1    0
couleurV    1    4    0    0    0    0    5

```

– pour le groupe B :

```
> print(t(disjB) %*% disjB)
```

```

      sexeF sexeM couleurB couleurG couleurM couleurV
sexeF      6     0         0         0         5         1
sexeM      0    18         2         1        13         2
couleurB   0     2         2         0         0         0
couleurG   0     1         0         1         0         0
couleurM   5    13         0         0        18         0
couleurV   1     2         0         0         0         3

```

– pour le groupe C :

```
> print(t(disjC) %*% disjC)
```

```

      sexeF sexeM couleurB couleurG couleurM couleurV
sexeF      6     0         2         0         3         1
sexeM      0    19         6         1         9         3
couleurB   2     6         8         0         0         0
couleurG   0     1         0         1         0         0
couleurM   3     9         0         0        12         0
couleurV   1     3         0         0         0         4

```

2.3 Extraire le tableau de contingence (des correspondances)

Correction

– pour le groupe A :

```

couleur
sexe B G M N V
F 4 0 2 0 1
M 7 1 6 1 4

```

– pour le groupe B :

```

couleur
sexe B G M V
F 0 0 5 1
M 2 1 13 2

```

– pour le groupe C :

```

couleur
sexe B G M V
F 2 0 3 1
M 6 1 9 3

```

3 Mesure du lien

3.1 Calculer de manière détaillée le χ^2 d'association des deux variables qualitatives.

Correction

Effectifs théoriques :

– pour le groupe A :

	B	G	M	N	V
F	2.961538	0.2692308	2.153846	0.2692308	1.346154
M	8.038462	0.7307692	5.846154	0.7307692	3.653846

– pour le groupe B :

	B	G	M	V
F	0.5	0.25	4.5	0.75
M	1.5	0.75	13.5	2.25

– pour le groupe C :

	B	G	M	V
F	1.92	0.24	2.88	0.96
M	6.08	0.76	9.12	3.04

$(\text{Effectifs observés} - \text{Effectifs théoriques})^2$

– pour le groupe A :

couleur		B	G	M	N	V
sexe						
F	1.07840237	0.07248521	0.02366864	0.07248521	0.11982249	
M	1.07840237	0.07248521	0.02366864	0.07248521	0.11982249	

– pour le groupe B :

couleur		B	G	M	V
sexe					
F	0.2500	0.0625	0.2500	0.0625	
M	0.2500	0.0625	0.2500	0.0625	

– pour le groupe C :

couleur		B	G	M	V
sexe					
F	0.0064	0.0576	0.0144	0.0016	
M	0.0064	0.0576	0.0144	0.0016	

$(\text{Effectifs observés} - \text{Effectifs théoriques})^2 / \text{Effectifs théoriques}$

– pour le groupe A :

couleur		B	G	M	N	V
sexe						
F	0.364135864	0.269230769	0.010989011	0.269230769	0.089010989	
M	0.134155318	0.099190283	0.004048583	0.099190283	0.032793522	

– pour le groupe B :

couleur		B	G	M	V
sexe					
F	0.50000000	0.25000000	0.05555556	0.08333333	
M	0.16666667	0.08333333	0.01851852	0.02777778	

– pour le groupe C :

couleur		B	G	M	V
sexe					
F					
M					

F 0.003333333 0.240000000 0.005000000 0.001666667
M 0.0010526316 0.0757894737 0.0015789474 0.0005263158

Le χ^2 est la somme des termes de la précédente matrice. (Effectifs observés - Effectifs théoriques)²

- pour le groupe A :

1.371975

- pour le groupe B :

1.185185

- pour le groupe C :

0.3289474

3.2 Proposer différentes normalisations permettant d'apprécier l'intensité du lien entre les 2 variables.

Correction

La première normalisation utile consiste à diviser le χ^2 par le nombre d'observations pour obtenir le ϕ^2 . Il conviendrait aussi de diviser par l'indice de Cramér, mais dans le cas présent celui-ci est égal à 1. On peut enfin prendre la racine carrée du ϕ^2 pour obtenir une quantité homogène à un coefficient de corrélation (mais cependant toujours positive).

- pour le groupe A : le ϕ^2 vaut 0.0528 et le ϕ vaut 0.22971,
- pour le groupe B : le ϕ^2 vaut 0.0494 et le ϕ vaut 0.22222,
- pour le groupe C : le ϕ^2 vaut 0.0132 et le ϕ vaut 0.11471.

4 Comparaison avec l'approche ACP

4.1 Construire le tableau des covariances (et éventuellement des corrélations) des variables disjointives.

Correction

- pour le groupe A :

	sexeF	sexeM	couleurB	couleurG	couleurM	couleurN	couleurV
sexeF	0.205	-0.205	0.042	-0.011	-0.006	-0.011	-0.014
sexeM	-0.205	0.205	-0.042	0.011	0.006	0.011	0.014
couleurB	0.042	-0.042	0.254	-0.017	-0.135	-0.017	-0.085
couleurG	-0.011	0.011	-0.017	0.038	-0.012	-0.002	-0.008
couleurM	-0.006	0.006	-0.135	-0.012	0.222	-0.012	-0.062
couleurN	-0.011	0.011	-0.017	-0.002	-0.012	0.038	-0.008
couleurV	-0.014	0.014	-0.085	-0.008	-0.062	-0.008	0.162

	sexeF	sexeM	couleurB	couleurG	couleurM	couleurN	couleurV
sexeF	1.0000	-1.0000	0.1823	-0.1214	-0.0289	-0.1214	-0.0762
sexeM	-1.0000	1.0000	-0.1823	0.1214	0.0289	0.1214	0.0762
couleurB	0.1823	-0.1823	1.0000	-0.1713	-0.5709	-0.1713	-0.4179
couleurG	-0.1214	0.1214	-0.1713	1.0000	-0.1333	-0.0400	-0.0976
couleurM	-0.0289	0.0289	-0.5709	-0.1333	1.0000	-0.1333	-0.3253
couleurN	-0.1214	0.1214	-0.1713	-0.0400	-0.1333	1.0000	-0.0976
couleurV	-0.0762	0.0762	-0.4179	-0.0976	-0.3253	-0.0976	1.0000

- pour le groupe B :

	<i>sexeF</i>	<i>sexeM</i>	<i>couleurB</i>	<i>couleurG</i>	<i>couleurM</i>	<i>couleurV</i>
<i>sexeF</i>	0.196	-0.196	-0.022	-0.011	0.022	0.011
<i>sexeM</i>	-0.196	0.196	0.022	0.011	-0.022	-0.011
<i>couleurB</i>	-0.022	0.022	0.080	-0.004	-0.065	-0.011
<i>couleurG</i>	-0.011	0.011	-0.004	0.042	-0.033	-0.005
<i>couleurM</i>	0.022	-0.022	-0.065	-0.033	0.196	-0.098
<i>couleurV</i>	0.011	-0.011	-0.011	-0.005	-0.098	0.114

	<i>sexeF</i>	<i>sexeM</i>	<i>couleurB</i>	<i>couleurG</i>	<i>couleurM</i>	<i>couleurV</i>
<i>sexeF</i>	1.0000	-1.0000	-0.1741	-0.1204	0.1111	0.0727
<i>sexeM</i>	-1.0000	1.0000	0.1741	0.1204	-0.1111	-0.0727
<i>couleurB</i>	-0.1741	0.1741	1.0000	-0.0629	-0.5222	-0.1140
<i>couleurG</i>	-0.1204	0.1204	-0.0629	1.0000	-0.3612	-0.0788
<i>couleurM</i>	0.1111	-0.1111	-0.5222	-0.3612	1.0000	-0.6547
<i>couleurV</i>	0.0727	-0.0727	-0.1140	-0.0788	-0.6547	1.0000

- pour le groupe C :

	<i>sexeF</i>	<i>sexeM</i>	<i>couleurB</i>	<i>couleurG</i>	<i>couleurM</i>	<i>couleurV</i>
<i>sexeF</i>	0.190	-0.190	0.003	-0.010	0.005	0.002
<i>sexeM</i>	-0.190	0.190	-0.003	0.010	-0.005	-0.002
<i>couleurB</i>	0.003	-0.003	0.227	-0.013	-0.160	-0.053
<i>couleurG</i>	-0.010	0.010	-0.013	0.040	-0.020	-0.007
<i>couleurM</i>	0.005	-0.005	-0.160	-0.020	0.260	-0.080
<i>couleurV</i>	0.002	-0.002	-0.053	-0.007	-0.080	0.140

	<i>sexeF</i>	<i>sexeM</i>	<i>couleurB</i>	<i>couleurG</i>	<i>couleurM</i>	<i>couleurV</i>
<i>sexeF</i>	1.0000	-1.0000	0.0161	-0.1147	0.0225	0.0102
<i>sexeM</i>	-1.0000	1.0000	-0.0161	0.1147	-0.0225	-0.0102
<i>couleurB</i>	0.0161	-0.0161	1.0000	-0.1400	-0.6591	-0.2994
<i>couleurG</i>	-0.1147	0.1147	-0.1400	1.0000	-0.1961	-0.0891
<i>couleurM</i>	0.0225	-0.0225	-0.6591	-0.1961	1.0000	-0.4193
<i>couleurV</i>	0.0102	-0.0102	-0.2994	-0.0891	-0.4193	1.0000

4.2 Comparer avec les mesures de lien précédentes.

Correction

Il n'y a pas de lien apparent entre la mesure du χ^2 et la mesure de la corrélation. On verra en cours que ce lien n'existe que lorsque les deux variables n'ont que deux modalités chacune.